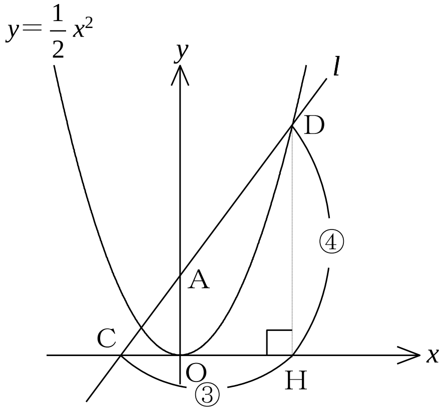
解答・解説

(1)　Ｄから x 軸に垂線ＤＨを下ろすと，ＣＨ＝6 であり，直線 l の傾きが $\frac{4}{3}$ より，ＣＨ：ＨＤ＝3：4 となることから，ＤＨ＝8

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=8$ を代入して $x=\pm4$

Ｄの x 座標は正なので，Ｄ(4，8) …(答)

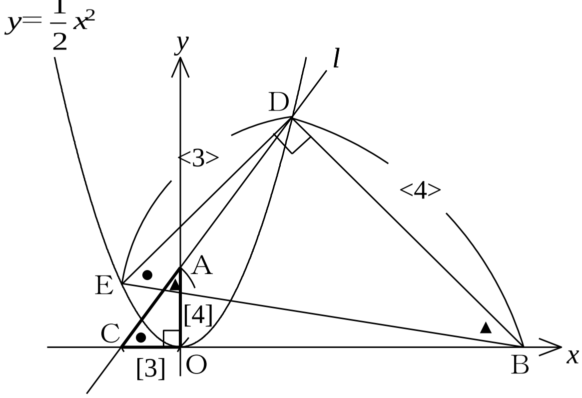


(2)　ＢＤ：ＢＥ＝4：5，∠ＢＤＥ＝90° より，ＥＤ：ＢＤ＝3：4 となる。

また，直線 l の傾きが $\frac{4}{3}$ より，

ＣＯ：ＯＡ＝3：4，∠ＣＯＡ＝90° であることから，△ＢＤＥ∽△ＡＯＣ となる。

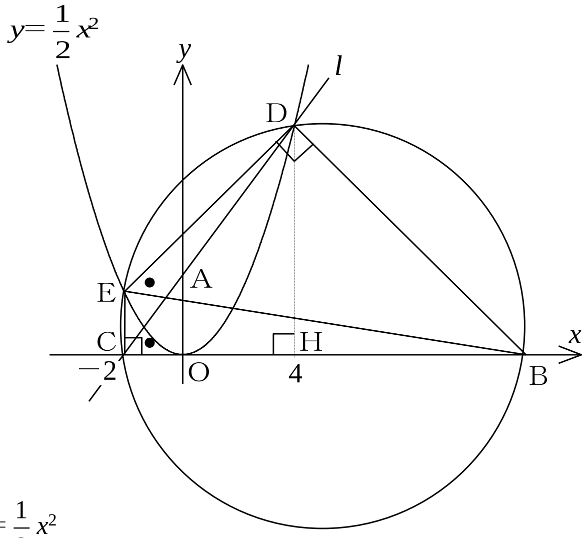
よって，∠ＣＡＯ＝∠ＥＢＤ(＝▲) ＝90°－a° …(答)



(3)　(2)より，∠ＤＥＢ＝∠ＤＣＢ(＝●) となり，ＢＤを見込む角が等しいことから，4 点Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｃは同一円周上にある。

ここで，円に内接する四角形の性質より，∠ＥＣＢ＝180°－∠ＥＤＢ＝90° となることから，ＣとＥの x 座標は等しくなり，(Ｅの x 座標)＝(Ｃの x 座標) ＝4－6＝－2 となる。

よって，Ｅ(－2，2) …(答)



【別解】

Ｄを通り x 軸と平行な直線と，Ｂを通り y 軸と平行な直線との交点，Ｅを通り y 軸と平行な直線との交点をそれぞれＩ，Ｊとすると，∠ＢＤＥ ＝90° より，∠ＩＢＤ＝∠ＪＤＥ となるので，△ＢＩＤ∽△ＤＪＥ …①

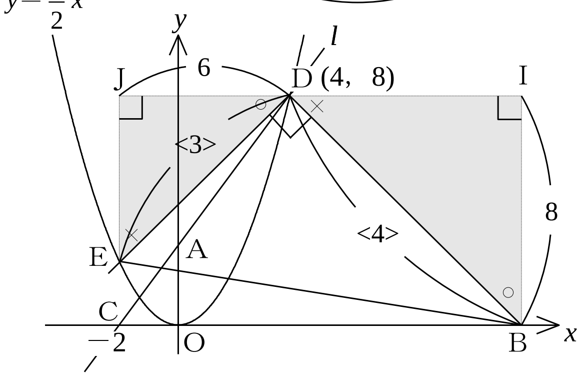
また，直角三角形ＤＢＥにおいて，(2)より，ＢＤ：ＤＥ＝4：3 なので，①の相似比は4：3 と分かる。

ここで，Ｄ(4，8) であるから，

ＢＩ＝8，ＤＪ＝8×$\frac{3}{4}$＝6 となり，

(Ｅの x 座標)＝4－6＝－2 なので，

Ｅ(－2，2) …(答)



(4)　(3)より，∠ＣＤＢ＝∠ＣＥＢ (共に $\overset{\frown}{CB}$ の円周角) となることから，これらの２等分線の交点Ｆは「$\overset{\frown}{CB}$ の中点」，つまり「弦ＢＣの垂直二等分線と $\overset{\frown}{CB}$ との交点」となる。

また，∠ＥＣＢ＝90° であることから，4 点Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｃを通る円はＥＢを直径に持つことがわかる。

ここで，放物線と直線の関係から

(ＤＥの傾き)＝$\frac{1}{2}(-2+4)=1$ であり，

∠ＥＤＢ＝90° であることから，
直線の直交条件より，(ＤＢの傾き)＝−1

よって，直線ＤＢの式は $y=-x+12$ となり，Ｂ(12，0) となることから，この円の中心をＰとすると，ＰはＥＢの中点より，

Ｐ(5，1)，(円Ｐの半径)＝$\sqrt{7^2+1^2}=5\sqrt{2}$ となる。

以上から，Ｆ$(5,\ 1-5\sqrt{2})$ …(答)