解答・解説

(1)　△ＡＧＥ∽△ＢＧＤ より，
∠ＥＢＣ＝∠ＧＢＤ＝∠ＧＡＥ＝x …(答 1)
　4 点Ａ，Ｆ，Ｇ，Ｅと 4 点Ｂ，Ｄ，Ｇ，Ｆは共円点なので，円周角の定理より，
∠ＥＦＧ＝∠ＥＡＧ＝x
∠ＤＦＧ＝∠ＤＢＧ＝x となるので，
∠ＤＦＥ＝x＋x＝$2x$ …(答 2)

　ここで，∠ＡＢＥ＝y，∠ＢＣＦ＝z
とおき，同様に考えると，図 2 のように，
∠ＦＤＥ＝$2y$，∠ＤＥＦ＝$2z$ となることがわかる。

図1

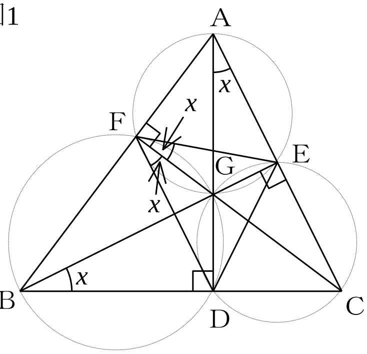
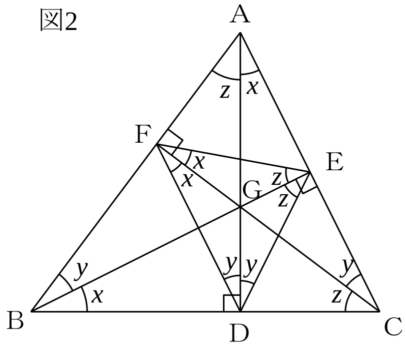


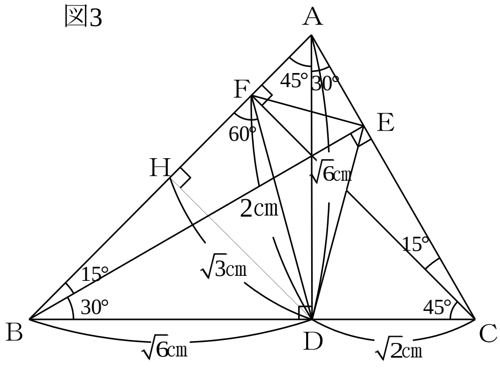
図2



(2)(ｱ)　(1)の結果より，△ＡＢＣの内角は図 3 のように分けられる。ＥＦ＝1 ㎝ のとき，
ＦＤ＝2 ㎝ なので，ＤからＦＢに垂線ＤＨを引くと，△ＤＦＨで，ＤＨ＝$\sqrt{3}$ ㎝
　△ＡＨＤ，△ＡＤＢはともに 45°，45°，90°の直角三角形なので，
ＡＤ＝ＤＢ＝$\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$ (㎝)
　△ＡＤＣは 30°，60°，90°の直角三角形なので，ＤＣ＝$\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$ (㎝)

　よって，△ＡＢＣ＝$(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}$
＝$3+\sqrt{3}$ (㎝^{2}) …(答)

図3



(ｲ)　∠ＡＤＦ＝∠ＡＤＥ＝45° より，
∠ＦＤＢ＝45°
　また，ＤはＢ，Ｃ，Ｅ，Ｆを通る円の中心なので，ＤＢ＝ＤＣ＝ＤＦ＝1 ㎝
　ＦからＢＣへ垂線ＦＩを引くと，
ＦＩ＝$1\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (㎝)
　ここで，ＥＦ＝$\sqrt{2}$ ㎝，ＥＦ//ＢＣ より，
△ＡＦＥ∽△ＡＢＣ で相似比は，$\sqrt{2}$ ：2
であるので，△ＡＦＥ：△ＡＢＣ＝$\sqrt{2}^2$ ：2^2＝1：2
　よって，(台形ＦＢＣＥ)：△ＡＢＣ＝1：2 なので，
△ＡＢＣ＝(台形ＦＢＣＥ)×2
＝$(\sqrt{2}+2)\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}\times2$
＝$1+\sqrt{2}$ (㎝^{2}) …(答)

図4