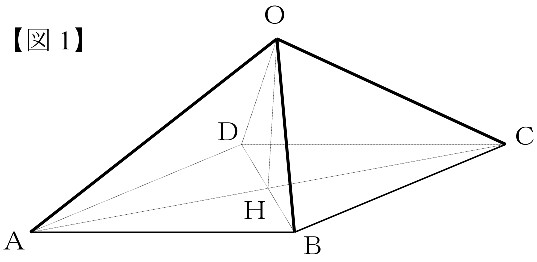
解答・解説

【図 1】

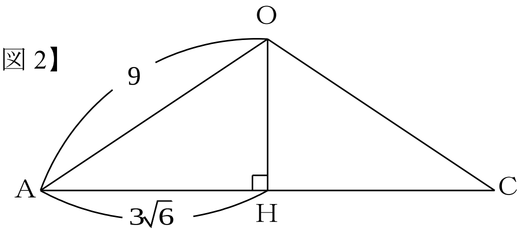


(1)　△ＯＡＣ，△ＯＢＤはともに二等辺三角形で，底面がひし形のため，Ｏから下ろした垂線をＯＨとすると，Ｈはひし形ＡＢＣＤの対角線の交点と一致する。

　ここで，△ＯＡＣ (図 2) に注目すると，△ＯＡＨで三平方の定理より，

ＯＨ＝$\sqrt{9^2-(3\sqrt{6})^2}=3\sqrt{3}$　…(答)

【図 2】



(2)　△ＯＢＤ (図 3) に注目すると，△ＯＤＨで三平方の定理より，

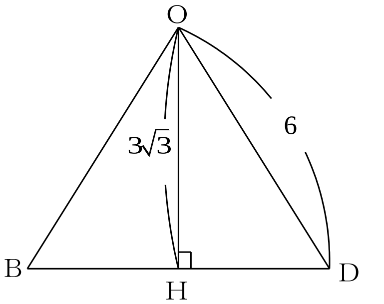
ＤＨ＝$\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$

よって，ＢＤ＝3×2＝6 …(答)

　また，底面ＡＢＣＤ (図 4) に注目すると，△ＡＢＨで三平方の定理より，

ＡＢ＝$\sqrt{3^2+(3\sqrt{6})^2}=3\sqrt{7}$　…(答)

【図 3】



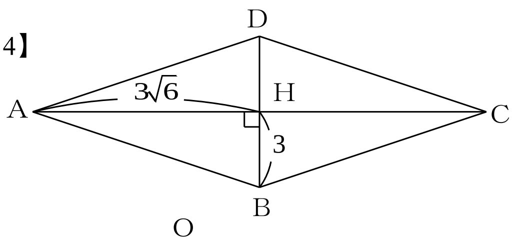
(3)①　△ＯＢＣ (図 5) に注目する。

　ＯＰ＝x とすると，ＰＣ＝9－x となるので，$(\mathrm{BP})^2$ について立式すると，

$$6^2-x^2=(3\sqrt{7})^2-(9-x)^2,$$

$x=3$ …(答)

【図 4】



②　△ＢＯＰは，直角三角形で，ＢＯ：ＯＰ＝6：3＝2：1 のため，∠ＢＯＰ＝60° である。

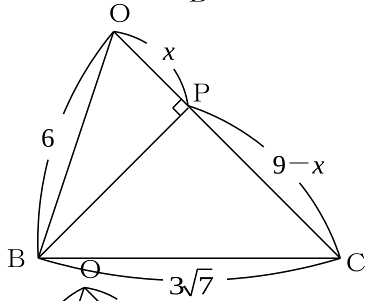
　よって，

ＢＰ＝ＯＰ×$\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

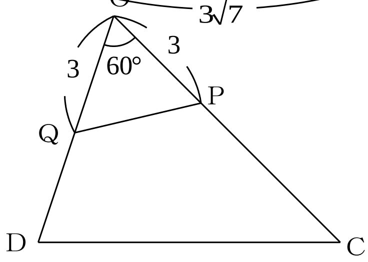
　ここで，△ＯＢＤに注目する。

　(2)より，ＢＤ＝6 のため，△ＯＢＤは 1 辺が 6 の正三角形である。このとき，

【図 5】



【図 6】



ＢＱ＝ＢＰ＝$3\sqrt{3}$　となる点Ｑは，ＯＤの中点となる。

　次に，△ＯＤＣ（図6）に注目する。

∠ＢＯＣ＝∠ＤＯＣ＝60°,

ＯＰ＝ＯＱ＝3 のため，△ＯＱＰは正三角形となる。よって，ＰＱ＝3

　以上より，△ＢＰＱは図7のような二等辺三角形であるため，高さを求めると，

$$\sqrt{(3\sqrt{3})^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{11}}{2}$$

　よって，$\triangle \mathrm{BPQ}=3\times\frac{3\sqrt{11}}{2}\times\frac{1}{2}$

$$=\frac{9\sqrt{11}}{4}$$ …(答)

【図7】