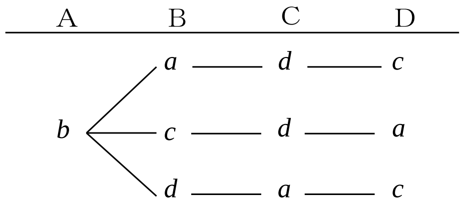
解答・解説

(1)　4 人(A～Dとする) の場合で樹形図を描いて数えると，AがBのプレゼントを貰った場合は右のようになる(a～d は各々が持ってきたプレゼント)。

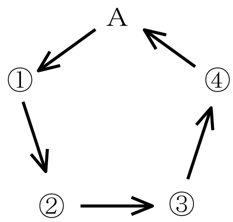


Aが c，d を貰った場合も樹形図を描くと 3 通りになるので，4 人での交換の仕方は，3×3＝ $\boxed{\text{ア}\ 9}$ (通り)

また，4 人が輪になるように並べるとき，Aの右隣に来る人は $\boxed{\text{イ}\ 3}$ 通り，正面は $\boxed{\text{ウ}\ 2}$ 通り，左隣は $\boxed{\text{エ}\ 1}$ 通り。

よって，この方法での交換は，3×2×1＝$\boxed{\text{オ}\ 6}$ (通り)

以上より，
ア：9，イ：3，ウ：2，エ：1，オ：6 …(答)



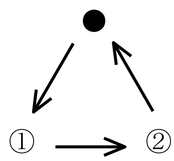
(2)　5 人をA～Eとする。

まず，**方法Ⅰ**での場合の数について，右図のように輪になる並べ方を考えれば良い。①に来る人は 4 通り，②は 3 通り，③は 2 通り，④は 1 通りなので，この方法での交換の場合の数は，
4×3×2×1＝$\boxed{\text{カ}\ 24}$ (通り)

次に，**方法Ⅱ**での場合の数について，5 人を 2 人，3 人に分ける場合の数は，

$\dfrac{5\times4}{2\times1}=\boxed{\text{キ}\ 10}$ (通り)

2 人組での交換の仕方は 1 通り



3 人組での交換の仕方は，右のように 3 人が輪になる並べ方を考えれば良いので，①が 2 通り，②が 1 通りより，
2×1＝$\boxed{\text{ク}\ 2}$ (通り)

よって，この方法での交換の場合の数は 10×1×2＝$\boxed{\text{ケ}\ 20}$ (通り)

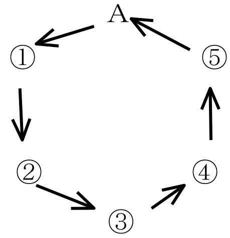
したがって，5 人で「誰も自分のプレゼントが手元に残らないように交換する」場合の数は，24＋20＝$\boxed{\text{コ}\ 44}$ (通り)

以上より，
カ：24，キ：10，ク：2，ケ：20，コ：44 …(答)

(3)　6 人で「誰も自分のプレゼントが手元に残らないように交換する」方法は，
①　6 人で**方法Ⅰ**を使って交換
②　**方法Ⅱ**で 2 人，4 人に分かれて，それぞれで**方法Ⅰ**を使って交換
③　**方法Ⅱ**で 3 人，3 人に分かれて，それぞれで**方法Ⅰ**を使って交換

④　**方法Ⅱ**で 2 人，2 人，2 人に分かれて，それぞれで**方法Ⅰ**を使って交換
の 4 つが考えられる。

①　6 人で**方法Ⅰ**を使って交換



右の図において，①に来る人が 5 通り，②が 4 通り，
③が 3 通り，④が 2 通り，⑤が 1 通りより，
$5\times4\times3\times2\times1=120$ (通り)

②　2 人，4 人に分かれて，それぞれで**方法Ⅰ**を使って交換

6 人を 2 人，4 人に分ける場合の数は，$\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$ (通り)

2 人組における**方法Ⅰ**での交換の仕方は 1 通り

4 人組における**方法Ⅰ**での交換の仕方は，(1)より 6 通り

よって，この方法での交換は，$15\times1\times6=90$ (通り)

③　3 人，3 人に分かれて，それぞれで**方法Ⅰ**を使って交換

6 人から 3 人を選ぶ場合の数は，$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$ (通り)

しかし，組の人数が同じであることから，1 組目と 2 組目の並び替え方の分だけ重複が発生する。

組の並び替え方は $2\times1=2$ (通り)であるから，6 人を 3 人，3 人に分ける場合の数は，$20\div2=10$ (通り)

3 人組における**方法Ⅰ**での交換の仕方は，(2)より 2 通り

よって，この方法での交換は，$10\times2\times2=40$ (通り)

④　2 人，2 人，2 人に分かれて，それぞれで**方法Ⅰ**を使って交換

6 人から 2 人を選び，残りの 4 人から 2 人を選べばよいので，その場合の数は，

$\dfrac{6\times5}{2\times1}\times\dfrac{4\times3}{2\times1}=90$ (通り)

しかし，組の人数が同じであることから，1 組目と 2 組目と 3 組目の並び替え方の分だけ重複が発生する。

組の並び替え方は $3\times2\times1=6$ (通り) であるから，6 人を 2 人，2 人，2 人に分ける場合の数は，$90\div6=15$ (通り)

それぞれの組での交換の仕方は 1 通り

よって，この方法での交換は，$15\times1\times1\times1=15$ (通り)

以上より，6 人で「誰も自分のプレゼントが手元に残らないように交換する」
場合の数は，$120+90+40+15=265$ (通り) …(答)