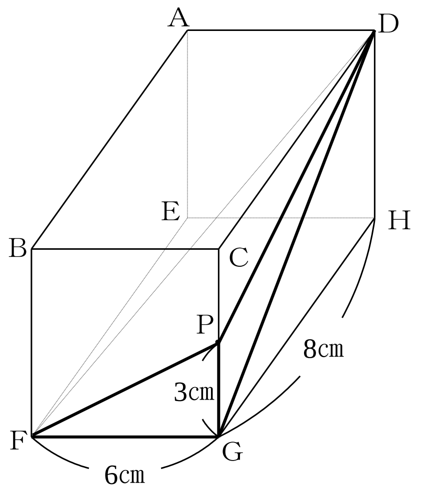
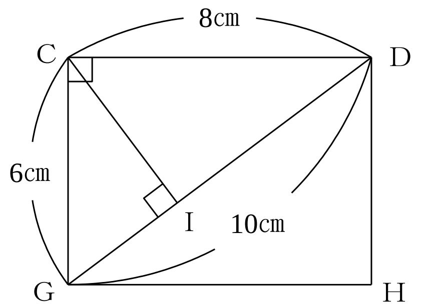
解答・解説



〔問 1〕　点Ｐが頂点Ｇを出発してから１秒後の立体Ｐ－ＤＦＧ は右図のようになる。△ＰＦＧを底面とすると，(面ＢＦＧＣ)⊥(面ＤＣＧＨ)であることから，立体Ｐ－ＤＦＧ の高さは辺ＤＣの長さと等しくなる。

よって，求める体積は

$3\times6\times\frac{1}{2}\times8\times\frac{1}{3}=24$ (㎝^{3}) …(答)



〔問 2〕　4 点Ａ，Ｆ，Ｇ，Ｄが同一平面上にあり，(面ＣＧＨＤ)⊥(平面ＡＦＧＤ) であることから，頂点Ｃから△ＤＦＧに下ろした垂線は線分ＤＧと交わる。

ＣからＤＧに下ろした垂線の足をＩとする。

△ＣＧＩと△ＤＧＣにおいて，

∠ＣＧＩ＝∠ＤＧＣ(共通),

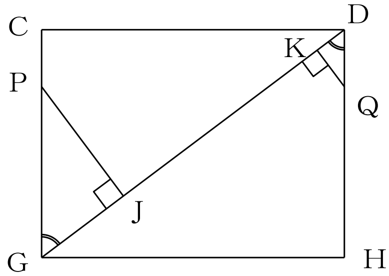
∠ＣＩＧ＝∠ＤＣＧ＝90° より，

2 組の角がそれぞれ等しいから，

△ＣＧＩと△ＤＧＣは相似(拡大・縮小の関係)

よって，ＣＩ：ＤＣ＝ＧＣ：ＧＤ，

ＣＩ：8＝6：10，ＣＩ＝$\frac{24}{5}$ (㎝) …(答)



〔問 3〕　2 点Ｐ，Ｑから△ＤＦＧに下ろした垂線の足をそれぞれＪ，Ｋとする。

2 つの立体は△ＤＦＧを共有していることから，それらの体積が等しくなるのは，ＰＪ＝ＱＫ となるときである。

以下，2 点Ｐ，Ｑがそれぞれ頂点Ｇ，Ｄを出発してから動いた時間を x 秒として，点Ｐの位置によって場合分けをして考える。

(ⅰ)　点Ｐが辺ＧＣ上を動くとき($0\leqq x\leqq2$)

点Ｐが点Ｑより速いため，0 秒後の時点を除いて必ずＰＧ＞ＱＤ となるから，この間ＰＪ＝ＱＫ となることはない。

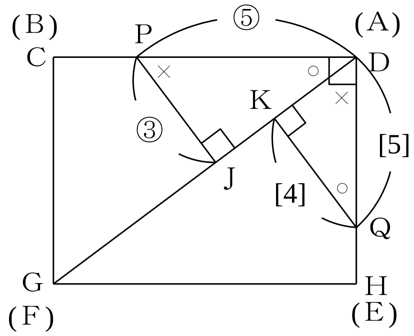
(ⅱ)　点Ｐが辺ＣＢ上を動くとき($2\leqq x\leqq4$)

この間のＰＪの長さは常に〔問 2〕のＣＩの長さと等しく $\frac{24}{5}$ ㎝である。

ＱＫ＝$\frac{24}{5}$ ㎝ となるのは点Ｑが頂点Ｈに到着したときであるが，それは出発してから 6 秒後であるため，点ＰがＣＢ上を動く間にＰＪ＝ＱＫ と

なることはない。

(ⅲ)　点Ｐが辺ＢＡ上を動くとき$\left(4 \leqq x \leqq \dfrac{20}{3}\right)$



△ＡＪＰと△ＱＫＤにおいて，
∠ＡＪＰ＝∠ＱＫＤ＝90°，
∠ＰＡＪ＝90°－∠ＥＡＦ
＝90°－∠ＱＤＫ
＝∠ＤＱＫ　より，
2 組の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＪＰと△ＱＫＤは相似(拡大・縮小の関係)であるとわかる。

また，∠ＱＤＫ＝∠ＧＤＨ(共通)，
∠ＱＫＤ＝∠ＧＨＤ＝90°　より，
△ＱＫＤと△ＧＨＤも相似(拡大・縮小の関係)であるから，△ＡＪＰと△ＱＫＤはともに，3 辺比が 6：8：10＝3：4：5 の直角三角形だとわかる。

ＰＡ，ＤＱの長さをそれぞれ x を用いて表すと，
ＰＡ＝$6+6+8-3x=20-3x$，ＤＱ＝x であるから，ＰＪ，ＱＫの長さはそれぞれ，ＰＪ＝$\dfrac{3}{5}(20-3x)=\dfrac{60-9x}{5}$，ＱＫ＝$\dfrac{4}{5}x$

よって，ＰＪ＝ＱＫ　より，$\dfrac{60-9x}{5}=\dfrac{4}{5}x$，$60-9x=4x$，$13x=60$，$x=\dfrac{60}{13}$

この値は $4 \leqq x \leqq \dfrac{20}{3}$ を満たすので適する。

以上より，2 つの立体Ｐ－ＤＦＧ とＱ－ＤＦＧ の体積が等しくなるのは
$\dfrac{60}{13}$秒後　…(答)