

# 解答・解説

- (1)  $【n】 = 345$  を求める作業を順を追って考えてみると、  
 $n$  を 12 で割った商を  $a$  とするとき、 $n = 12a + 5$   
次に、 $a$  を 12 で割った商を  $b$  とすると、 $a = 12b + 4$   
最後に、 $b$  を 12 で割った商は 0 になって、余りが 3 になったはずなので、 $b = 3$   
したがって、 $a = 12 \times 3 + 4$  となり、 $n = 12(12 \times 3 + 4) + 5 = 12^2 \times 3 + 12 \times 4 + 5$   
よって、 $n = 12 \times 40 + 5 = 485$  …(答)
- (2)  $【n】 = 1111$  であることから、題意を満たす作業を続けたときの余りの組合せについて、 $(1, 1, 1, 1)$ ,  $(11, 1, 1)$ ,  $(11, 11)$  の 3 組が考えられる。  
割る作業が多く繰り返されているほど、もとの  $n$  は大きいと考えられるので、 $n$  の値が最大になるのは、余りの組合せが  $(1, 1, 1, 1)$  のときである。  
 $(1)$ と同様に考えると、 $n = 12^3 \times 1 + 12^2 \times 1 + 12 \times 1 + 1 = 1885$  …(答)  
また、割る作業が少ないほど、もとの  $n$  は小さいと考えられるから、 $n$  の値が最小になるのは、余りが  $(11, 11)$  のときで、 $n = 12 \times 11 + 11 = 143$  …(答)
- (3)  $【n】$  は 12 で割る作業で生じた余りを右から書き並べたもので、ある自然数を 12 で割ったときの余りは  $0, 1, 2, \dots, 9$  の 1 桁の数と、 $10, 11$  の 2 桁の数が考えられる。  
 $x$  の値を最小にするには、12 で割る作業の回数ができるだけ少ない場合を考えればよいので、できるだけ多くの余りが 2 桁であるように考えればよい。  
 $2017 \div 12 = 168$  余り 1 となるので、168 回の割り算で生じた余りが 2 桁で、余りが 1 桁になった割り算が 1 回あったと考えられ、このとき割り算は 169 回行われている。  
最後の 1 回は商が 0 になっているはずなので、 $n \leq 12^{169}$  となる。  
したがって、 $x = 169$  …(答)