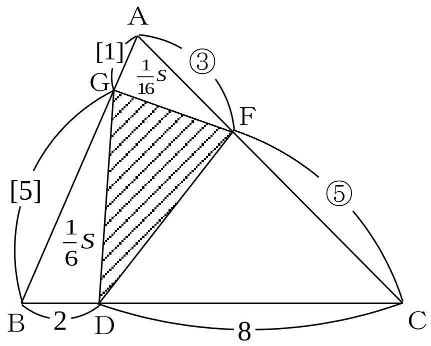
解答・解説

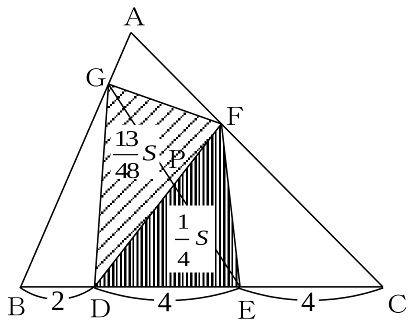
4 〈平面図形〉

(1)　△ＡＢＣと△ＦＤＣは，∠Ｃが共通の三角形なので，
△ＡＢＣ：△ＦＤＣ＝(ＣＡ×ＣＢ)：(ＣＦ×ＣＤ)＝(8×10)：(5×8)＝2：1 …(答)

(2)　ＢＡ＝a，ＢＧ＝b とおき，(1)と同様に一角共通の三角形の面積比を用いると，
△ＡＢＣ：△ＧＢＥ＝(ＢＡ×ＢＣ)：(ＢＧ×ＢＥ)＝(a×10)：(b×6) と表せる。
　ここで，△ＧＢＥの面積が△ＡＢＣの面積の半分になることから，$10a : 6b = 2 : 1$，
$5a = 6b$ より，ＢＡ：ＢＧ＝$a : b$＝6：5
　よって，ＡＧ：ＧＢ＝1：5 …(答)



(3)　(四角形ＡＢＤＦ)＝$\frac{1}{2}$×△ＡＢＣ＝△ＢＧＥ より，
(四角形ＡＧＰＦ)
＝(四角形ＡＢＤＦ)－(四角形ＢＤＰＧ)
＝△ＢＧＥ－(四角形ＢＤＰＧ)
＝△ＰＤＥ となることから，
△ＰＤＥの面積を求めればよい。
　そこで，ＧＰ：ＰＥ を求めるために，△ＧＤＦ：△ＥＤＦ を考える。
　△ＡＢＣの面積を S とおくと，



△ＡＧＦ＝$\frac{1}{6} \times \frac{3}{8} \times S = \frac{1}{16}S$
△ＢＤＧ＝$\frac{5}{6} \times \frac{2}{10} \times S = \frac{1}{6}S$　となるので，
△ＧＤＦ＝$\frac{1}{2}S - \frac{1}{16}S - \frac{1}{6}S = \frac{13}{48}S$
　一方で，△ＥＤＦ＝△ＦＤＣ×$\frac{1}{2}$
＝$\frac{1}{2}S \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}S$　より，ＧＰ：ＰＥ＝△ＧＤＦ：△ＥＤＦ＝$\frac{13}{48}S : \frac{1}{4}S$＝13：12
　よって，(四角形ＡＧＰＦ)＝△ＰＤＥ＝△ＢＧＥ×$\frac{\text{DE}}{\text{BE}} \times \frac{\text{PE}}{\text{GE}}$
＝$25 \times \frac{4}{6} \times \frac{12}{25} = 8$ …(答)