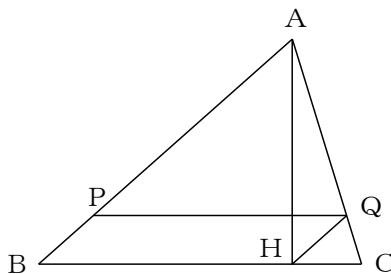


解答・解説

5 (平面図形)

- (1) $\triangle ABC$ において、 A から辺 BC へ引いた垂線と辺 BC との交点を H とし、辺 AB 上に P をとり、四角形 $PBHQ$ が平行四辺形となるように Q を定める。

(1)は、 Q が辺 AC 上にある場合の平行四辺形 $PBHQ$ を作図する方法を示したものであった。

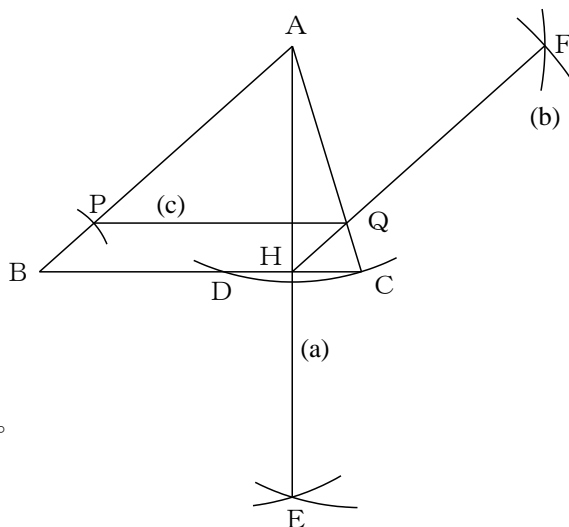


- (a) A を中心とし、辺 AC と長さの等しい半径の円をかき、辺 BC との交点で C でない方の点を D とする。

また、 C, D を中心とし、先ほどと同じ半径の円をかき、辺 BC より下の方のできる交点を E とすると、線分 AE と辺 BC との交点が H となる。

- (b) A を中心とし、線分 BH と長さの等しい半径の円をかき、 H を中心とし、辺 AB と長さの等しい半径の円をかき、この2つの円の交点を F とすると、線分 HF と辺 AC との交点が Q となる。

- (c) B を中心とし、線分 QH と長さの等しい半径の円をかき、辺 AB との交点が P となる。



- ① (a)において、 $AC=AD$ であり、 $EC=ED$ でもあるので、四角形 $ADEC$ の辺の長さはすべて等しい。

したがって、四角形 $ADEC$ はひし形 …(答)

ひし形の対角線は直交するので、 $\angle AHC=90^\circ$ となる。

② (b)において、 $AF=BH$ であり、 $HF=AB$ であるから、四角形ABHFにおいて、2組の対辺がそれぞれ等しい。

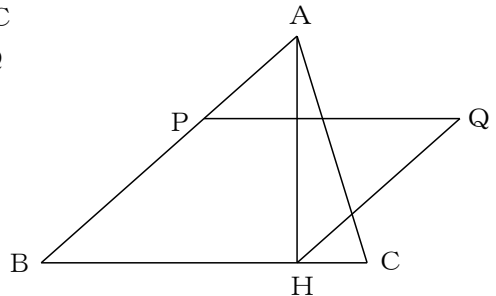
したがって、四角形ABHFは平行四辺形 …(答)

$AB//FH$ であるから、線分FHと辺ACとの交点がQとなる。

③ (c)において、 $BP=HQ$ である。また、②において $BP//HQ$ であるから、「1組の対辺が平行で、かつ等しい」ので、四角形PBHQは平行四辺形である。

よって、エ …(答)

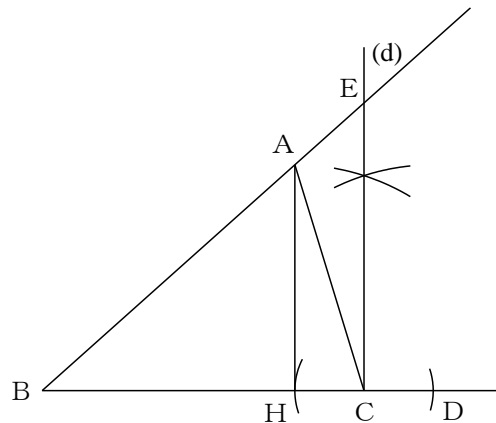
(2) (2)は、平行四辺形PBHQの面積と $\triangle ABC$ の面積が等しくなる場合の平行四辺形PBHQを作図する方法の途中までを示したものであった。



(1)の(a)と同様にしてHを定める。

(d) Cを中心とし、線分CHと長さの等しい半径の円をかき、辺BCを延長した線との交点をDとする。

また、H、Dを中心とし、適当な長さの半径の円をかき、その交点とCを結んだ直線と辺ABを延長した線との交点をEとする。



① (d)において、H、Dを中心とし、適当な長さの半径の円をかき、その交点をFとする。

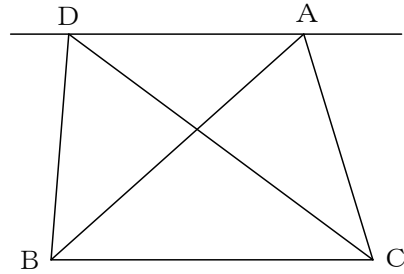
$FH=FD$ であるから $\triangle FHD$ は二等辺三角形であり、 $CH=CD$ であるから $\angle FCH=90^\circ$

よって、 $AH//FC$ であるから、 $\triangle AHC = \triangle$ AHE …(ア) (※) となる。

(※)

右の図において、 $AD \parallel BC$ である場合、 $\triangle ABC = \triangle DBC$ である。

また、 $\triangle ABC = \triangle DBC$ の場合も、 A, D から辺 BC までの距離が等しいので $AD \parallel BC$ となる。



$$\begin{aligned} \text{したがって、} \triangle ABC &= \triangle ABH + \triangle AHC \\ &= \triangle ABH + \triangle AHE \\ &= \triangle \boxed{EBH} \cdots (\text{イ}) \end{aligned}$$

ここで、作図したい四角形 $PBHQ$ は平行四辺形であり、
(平行四辺形 $PBHQ$) = $\triangle ABC$ であるから、

$$\begin{aligned} \triangle PBH &= (\text{平行四辺形 } PBHQ) \div 2 \\ &= \triangle ABC \div 2 \\ &= \triangle EBH \div 2 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \times \triangle EBH \quad \boxed{\frac{1}{2} \cdots (\text{イ})}$$

よって、 P は $\boxed{\text{線分 } EB \text{ の中点 } \cdots (\text{ii})}$ となればよい。

- ② (e) B を中心とし、適当な長さの半径の円をかく。

さらに、 E を中心とし、同じ半径の円をかき、2つの円の交点を結んだ線は線分 BE の垂直二等分線となる。よって、この線と辺 AB との交点が P となる。

- (f) P を中心とし、線分 BH と長さの等しい半径の円をかく。

さらに、 H を中心とし、線分 BP と長さの等しい半径の円をかき、2つの円の交点が Q となる。

