# 解答・解説

[4]

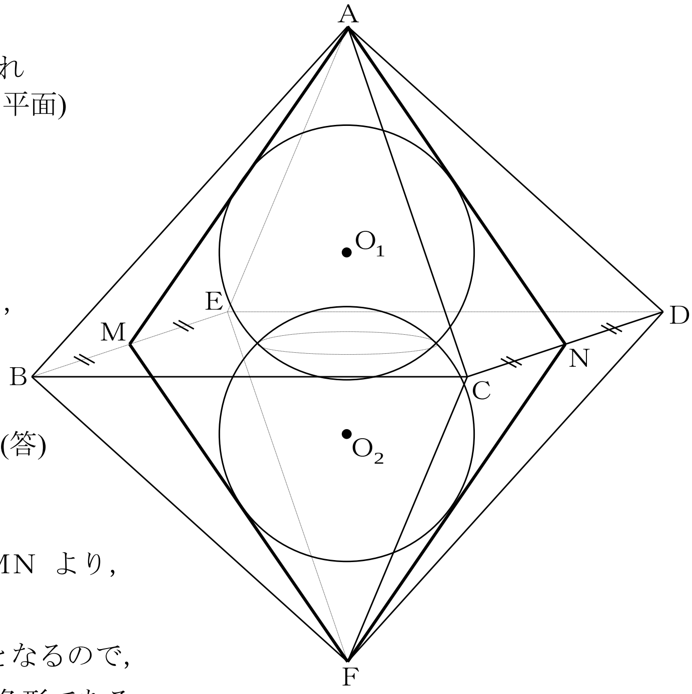
(1)　辺ＢＥ，辺ＣＤの中点をそれぞれＭ，Ｎとし，平面ＡＭＦＮ(対称な平面)を取り出して考える。

球$O_1$，$O_2$ が交わってできる円の直径をＧＨとし，円の中心をＩとおく。

ＧＩ$=4\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{6}$ (㎝) より，

△$O_1$ＧＩで三平方の定理を用いて，

$O_1$Ｉ$=\sqrt{6^2-(2\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}$ (㎝) …(答)




(2)　△ＡＢＥは正三角形なので，

ＡＭ：ＢＥ$=\sqrt{3}$ ：2 で，ＢＥ＝ＭＮ より，

ＡＭ：ＭＮ$=\sqrt{3}$ ：2

よって，ＡＭ：ＭＩ$=\sqrt{3}$ ：1 となるので，

△ＡＭＩは1：$\sqrt{2}$ ：$\sqrt{3}$ の直角三角形である。

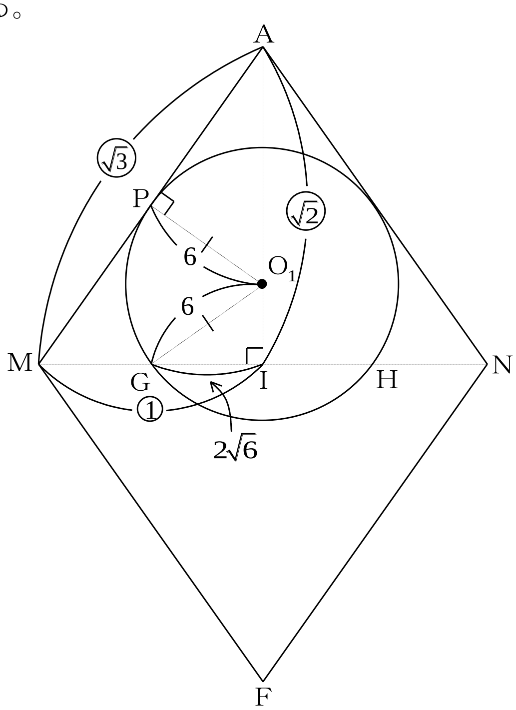
ここで，△Ａ$O_1$Ｐ∽△ＡＭＩ より，

Ａ$O_1=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (㎝) となるので，

ＡＩ$=6\sqrt{3}+2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (㎝)

したがって，正八面体の１辺の長さはＭＮに等しいので，

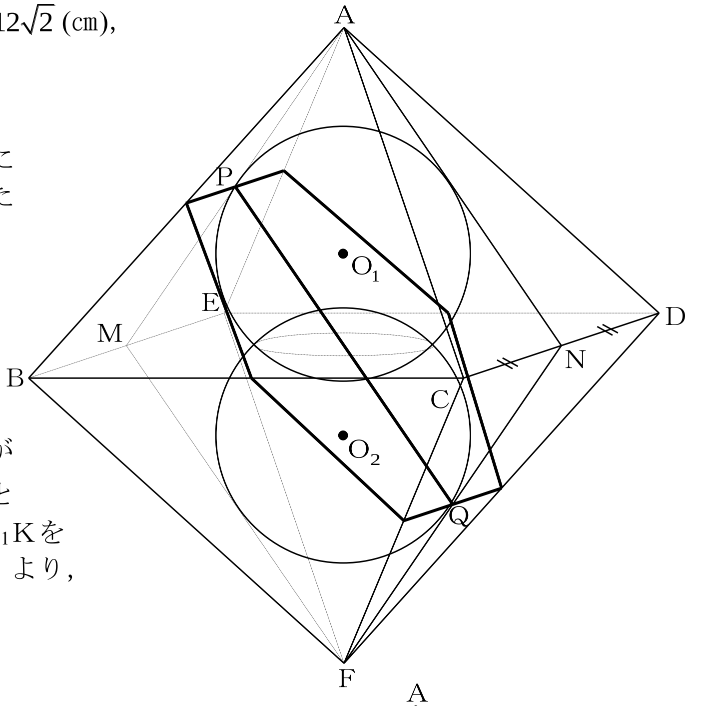
$8\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times2=8\sqrt{6}$ (㎝) …(答)



(3)　(2)より，ＡＭ＝$8\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=12\sqrt{2}$ (㎝),

ＡＰ＝$6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ (㎝) より，
点ＰはＡＭの中点である。

　よって，点Ｐを通り△ＡＣＤに平行な平面で正八面体を切断したとき，切り口は右の図のような正六角形となる。

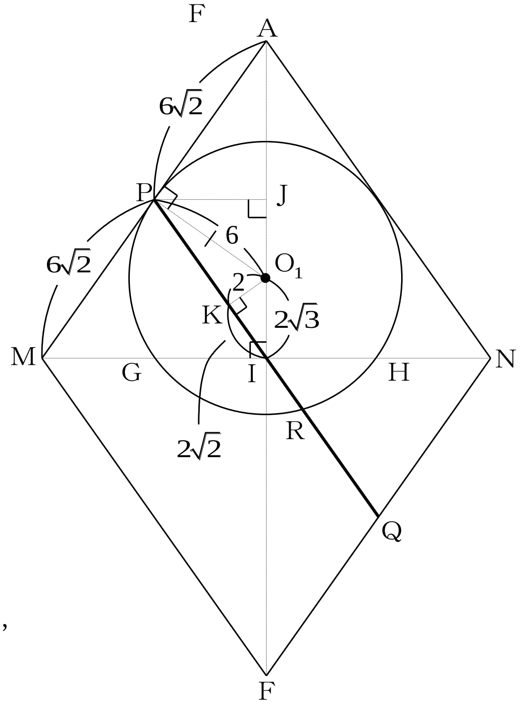



　点ＰからＡＩに垂線ＰＪを下ろすと，ＡＰ＝ＰＭ より，
ＡＪ＝ＪＩ　となるので,
△ＰＡＩは二等辺三角形である。

　よって，△ＩＰＪは3辺の比が△ＡＰＪと等しく$1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$ となるので，$O_1$からＰＩに垂線$O_1$Ｋを下ろすと，△Ｉ$O_1$Ｋ∽△ＩＰＪ　より，

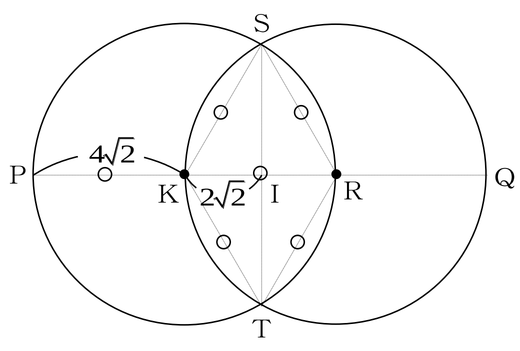
$O_1K=2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=2$(㎝),

$IK=2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$ (㎝)




　ここで，△$O_1$ＰＫで三平方の定理を用いて，ＰＫ＝$\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (㎝)

　よって，球$O_2$と△ＦＣＤの接点をＱ，球$O_1$の切断面の直径をＰＲとすると2つの球$O_1$，$O_2$の切断面は右下の図のようになる。




　ＰＫ＝ＫＲ＝$4\sqrt{2}$ (㎝) より，点ＩはＫＲの中点で，2つの円の交点をそれぞれＳ，Ｔとすると，

ＳＫ＝$4\sqrt{2}$ ㎝，ＫＩ＝$2\sqrt{2}$ ㎝ なので
△ＳＫＩは$1:2:\sqrt{3}$ の三角定規形である。

　したがって，ＳＴより左側にある部分の面積は，(おうぎ形ＫＳＰＴ)＋△ＳＫＴ　で求められ，ＳＴ＝$2\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times2=4\sqrt{6}$　より，

$(4\sqrt{2})^2\times\pi\times\dfrac{2}{3}+4\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{64}{3}\pi+8\sqrt{3}$

　以上より，求める部分の面積は,

$\left(\dfrac{64}{3}\pi+8\sqrt{3}\right)\times2=\dfrac{128}{3}\pi+16\sqrt{3}$ (㎠)　…(答)